**Задачи к экзамену.**

**Условные распределения. Условные математические ожидания.**

1. Случайная точка с координатами равномерно распределена в треугольнике с вершинами в точках с координатами Найти условную плотность и условное математическое ожидание Чему равно Согласуются ли эти ответы с вашими интуитивными представлениями?
2. Случайные величины и независимы и одинаково распределены. Найти Согласуется ли ответ с вашим интуитивным представлением?

Случайная величина Случайная величина при

условии имеет распределение Случайная величина

при условии имеет распределение и.т.д. Доказать, что

безусловное распределение есть

1. Пусть пара случайных величин, такая, что:
2. имеет экспоненциальный закон распределения
3. Условный закон распределения при условии имеет плотность

1. Чему равно

2. Каков закон распределения случайного вектора

3. Какова плотность распределения с.в.

4. Вычислить двумя способами.

1. Случайные величины независимы и распределены по закону Пуассона с параметрами Найти

Что можно сказать об условном распределении при условии

1. Случайная величина имеет показательное распределение с параметром . Найти плотность распределения случайных величин:
2. Случайная величина имеет показательное распределение с параметром . Найти плотность распределения случайных величин:

**Метод обращения функции распределения. Другие методы моделирования.**

1. Пусть - случайная величина, имеющая экспоненциальный закон распределения с параметром , плотность распределения этого закона равна
2. Вычислить функцию распределения
3. Вывести отсюда алгоритм моделирования закона , основанный на методе обращения функции распределения.
4. Пусть - случайная величина, распределенная по закону Парето с

параметром . Напомним, что с.в. имеет распределение Парето с

параметром если её плотность равна

1. Вычислить функцию распределения
2. Вывести отсюда алгоритм моделирования закона , основанный на методе обращения функции распределения.
3. Пусть и две с.в., имеющие распределение ) и независимые между собой. Напомним, что плотность распределения закона Коши имеет вид:

Вычислить плотность распределения с.в. . Вывести

отсюда метод моделирования закона Коши, исходя из двух независимых с.в., имеющих стандартное нормальное распределение.

1. Пусть - две независимые случайные величины, имеющие равномерное распредление на отрезке (0,1). Как с их помощью построить случайную величину с плотностью

**Метод выборки с отклонением.**

Пусть последовательность независимых, одинаково

распределённых случайных величин, имеющих экспоненциальное

распределение Определим случайные величины :

Затем определим случайную величину

1. Найти закон распределения .
2. Какое нужно выбрать, чтобы с.в. имела плотность

распределения

13. Пусть - случайная величина, имеющая для всех плотность распределения

1. Показать, что является плотностью вероятности.
2. Пусть и имеет плотность Показать, что существует постоянная такая, что
3. Написать алгоритм моделирования методом выборки с отклонением.

**Метод Монте-Карло.**

1. Пусть и - две независимые случайные величины, распределённые равномерно на отрезке
2. Доказать, что
3. Вывести отсюда способ нахождения приближённого значения числа методом Монте Карло по выборке объёма
4. Построить 95%-ный доверительный интервал для числа
5. Для любого положительного требуется оценить интеграл

Оценить интеграл исходя из выборки равномерно распределённых наблюдений. Для этого:

1. Записать в виде где , уточнить
2. Вывести отсюда оценку и методом Монте Карло для выборки объёма В каждом случае построить 95%-ный доверительный интервал.
3. Для любого положительного требуется оценить интеграл

Оценить интеграл исходя из выборки нормально распределённых наблюдений. Для этого:

1. Записать в виде где , уточнить
2. Вывести отсюда оценку и методом Монте Карло для выборки объёма В каждом случае построить 95%-ный доверительный интервал.

**Цепи Маркова.**

1. Рассматривается однородная цепь Маркова состояния которой занумерованы от 1 до 3. Переходная матрица цепи равна
2. Найти стационарное распределение этой цепи.
3. Пусть Найти предел почти наверное случайной величины
4. Рассматривается однородная цепь Маркова состояния которой занумерованы от 1 до 4. Переходная матрица цепи равна

При случайная величина

сходится почти наверное к константе. Каково значение этой

константы?

1. Рассматривается однородная цепь Маркова состояния которой занумерованы от 1 до 7. Пусть её матрица перехода. Что можно сказать о периоде состояния 3, если известно, что для всех которые могут быть записаны в виде

где - целые положительные.

1. Рассматривается однородная цепь Маркова состояния которой занумерованы от 1 до 3. Её переходная матрица имеет вид

Звёздочкой обозначены числа, отличные от нуля. Укажите все

рекуррентные состояния этой цепи. Ответ должен быть обоснован.